

学年		クラス		氏名	
----	--	-----	--	----	--

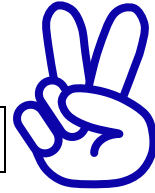


図1のように底面が正方形の四角柱の中に、円柱が四角柱の各面にくっつくように入っています。四角柱の体積が $324\text{cm}^3$ であるとき、次の各問いに答えなさい。ただし、円周率は $3.14$ とします。

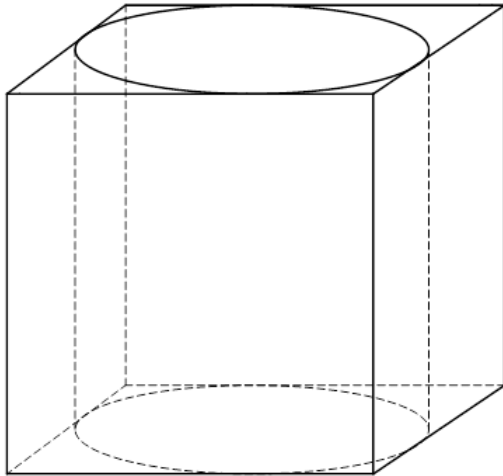


図1

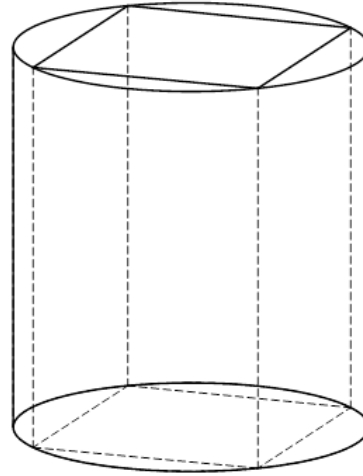
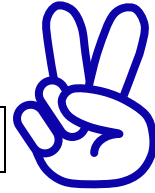


図2

- (1) 円柱の体積を求めなさい。
- (2) (1)で求めた円柱の内側に、図2のように円柱と高さが等しく、底面が正方形の四角柱を円柱の側面にくっつくように入れます。この四角柱の体積を求めなさい。
- (3) ②で入れた四角柱を2番目の四角柱とします。その内側に図1のように円柱を入れ、さらにその内側に図2のように四角柱を入れます。その四角柱を3番目の四角柱とします。この操作をくりかえすとき四角柱の体積がはじめて $15\text{cm}^3$ 以下となるのは、何番目の四角柱かを求めなさい。

学年		クラス		氏名	解答・解説
----	--	-----	--	----	-------



## 【解答】

- (1)  $254.34\text{cm}^3$   
 (2)  $162\text{cm}^3$   
 (3) 6番目の四角柱

## 【解説】

- (1) 四角柱の高さを  $1\text{cm}$  と考えると、四角柱の底面（正方形）の面積は  $(324 \div 1 =) 324\text{cm}^2$  となります。そのときの正方形の1辺の長さは、 $18 \times 18 = 324$  より、 $18\text{cm}$  とわかります。よって、円柱の底面の半径は  $(18 \div 2 =) 9\text{cm}$  になるので、円柱の体積は  $(9 \times 9 \times 3.14 \times 1 =) 254.34\text{cm}^3$  です。※
- (2) (1)より、四角柱の高さ（=円柱の高さ）を  $1\text{cm}$  にしたときの、円柱の直径は  $(9 \times 2 =) 18\text{cm}$  ですが、これが図2の四角柱の底面（正方形）の対角線の長さになります。よって、このときの四角柱の体積は  $(18 \times 18 \div 2 \times 1 =) 162\text{cm}^3$  です。
- (3) (2)より、2番目の四角柱の体積は、1番目の四角柱の体積の  $(162 \div 324 =) 0.5$  倍になっています。よって、体積が  $15\text{cm}^3$  以下になるところを考えると、

$$1 \text{ 番目} \cdots 324\text{cm}^3$$

$$2 \text{ 番目} \cdots 324 \times 0.5 = 162 [\text{cm}^3]$$

$$3 \text{ 番目} \cdots 162 \times 0.5 = 81 [\text{cm}^3]$$

$$4 \text{ 番目} \cdots 81 \times 0.5 = 40.5 [\text{cm}^3]$$

$$5 \text{ 番目} \cdots 40.5 \times 0.5 = 20.25 [\text{cm}^3]$$

$$6 \text{ 番目} \cdots 20.25 \times 0.5 = 10.125 [\text{cm}^3]$$

- ※ 右の図のように、正方形の中に円がぴったりと入っている図で考えて、円の半径を  $\square$ 、円周率を  $3.14$  とすると、円の面積は、 $\square \times \square \times 3.14$  と表すことができ、正方形の面積は、 $\square \times 2 \times \square \times 2 = \square \times \square \times 4$  と表すことができます。つまり、円の面積は正方形の面積の  $(3.14 \div 4 =) 0.785$  倍になっています。これから考えると、円柱の体積は高さの等しい四角柱の体積の  $0.785$  倍と考えることができるので、(1)の求め方は  $(324 \times 0.785 =) 254.34\text{cm}^3$  でもよいとわかります。

